

2023 年承德市初中毕业生升学文化课模拟考试(一)

数学试卷

(试卷页数:8 页,考试时间:120 分钟,总分 120 分)

选择题涂卡区

考生禁填:缺考考生由监考员用黑色墨水笔填写准考证号并填涂右边的缺考标记。

注意事项:1. 使用考试专用扁头 2B 涂卡铅笔填涂,或将普通 2B 铅笔削成扁鸭嘴状填涂。

2. 修改时,请先用橡皮擦干净,再重新填涂,不得使用修正带或涂改液。

3. 填涂的正确方法: 错误方法:

- | | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1 [A][B][C][D] | 6 [A][B][C][D] | 11 [A][B][C][D] | 16 [A][B][C][D] |
| 2 [A][B][C][D] | 7 [A][B][C][D] | 12 [A][B][C][D] | |
| 3 [A][B][C][D] | 8 [A][B][C][D] | 13 [A][B][C][D] | |
| 4 [A][B][C][D] | 9 [A][B][C][D] | 14 [A][B][C][D] | |
| 5 [A][B][C][D] | 10 [A][B][C][D] | 15 [A][B][C][D] | |

一、选择题(本大题共 16 个小题,1~10 小题每题 3 分,11~16 小题每题 2 分,共 42 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 在同一平面内到直线 l 的距离等于 2 的直线有 ()
A. 1 条 B. 2 条 C. 4 条 D. 无数条
- 若 $0.00\cdots02023$ 用科学记数法表示成 $a \times 10^n$ 的形式,则 n 的值为 ()
A. 10 B. -9 C. -10 D. -11

- 如图 1, AC, BD 表示两栋楼房,则下列说法正确的是 ()
A. 两楼之间的距离是 AD
B. 从点 C 看点 D 的仰角是 $\angle ADC$
C. 从点 A 看点 D 的仰角是 $\angle DAB$
D. 从点 D 看点 A 的俯角是 $\angle ADB$

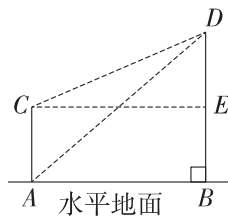


图 1

- 与 $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$ 乘积得 1 的数是 ()
A. $-2 - 3$ B. $-2 + 3$ C. -2×3 D. $-2 \div 3$

- 把 $\triangle ABC$ 经过下列变形,与 $\triangle ABC$ 相似的是 ()
A. 各边长都加 2 B. 各边长都减 2
C. 各边长都乘以 2 D. 各边长都平方

- 如图 2,数轴上点 A, B, C 表示的数分别为 $-4, -2$ 和 3 ,点 O 为原点,则以 OA, OC, BC 的长为边长构造三角形,则构造的三角形为 ()

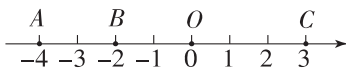


图 2

- 如图 3,一个由 7 个小正方体组成的立体图形,拿走下列两个小正方体后,俯视图不会发生变化的是 ()

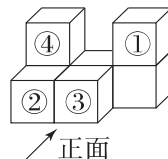


图 3

- 如图 4,丫丫用一张正方形纸片折出了“过已知直线外一点和已知直线平行”的直线(即 $b \parallel a$),步骤如下,其中的依据是 ()
A. 过直线外一点有且只有一条直线和已知直线平行
B. 平行于同一直线的两条直线互相平行
C. 两直线平行,同旁内角互补
D. 同位角相等,两直线平行

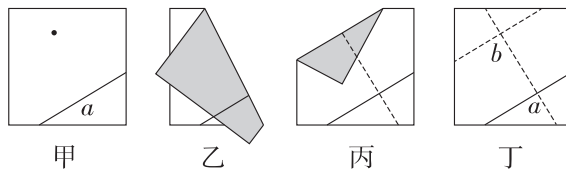


图 4

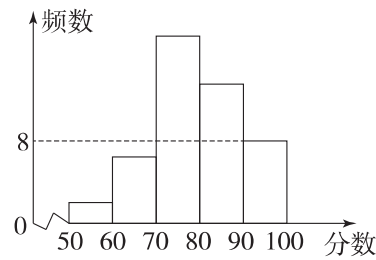
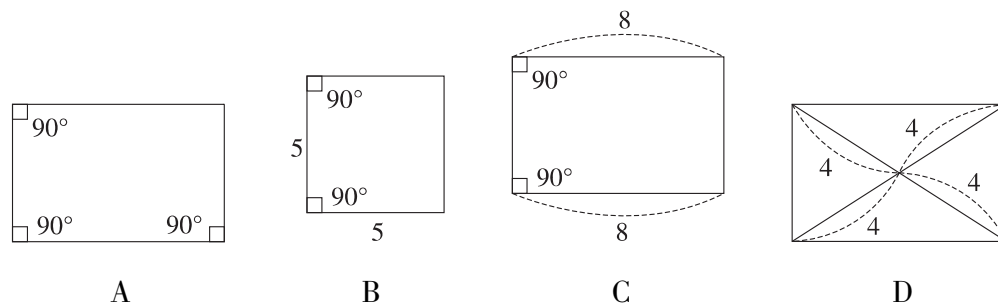


图 5

- 某文具用品商店将原价为 a 元的笔记本进行促销,下列促销方式描述正确的是 ()
A. 按 $0.9a - 6$ 的价格出售,促销方式是先打九折,再优惠 6 元
B. 按 $0.9a - 6$ 的价格出售,促销方式是先优惠 6 元,再打九折
C. 按 $0.9(a - 6)$ 的价格出售,促销方式是先打九折,再优惠 6 元
D. 按 $0.9(a + 6)$ 的价格出售,促销方式是先涨 6 元,再打一折
- 随着国家教育数字化进程的不断推进,教育辅助工具越来越丰富,某学校利用九年级某班学生的期末考试成绩进行整理并绘制了如图 5 所示的直方图.从左到右四组的百分比分别为 $4\%, 12\%, 40\%, 28\%$,第五组的频数是 8,则下列说法不正确的是 ()
A. 该班级有 50 人参加了期末考试 B. 第五组所占的百分比为 16%
C. 该班的平均分大约是 79 分 D. 该组数据的众数是 20
- 依据所标数据,下列不一定是矩形的是 ()



- 如图 6,正六边形的两条对角线 AE, BE 把它分成 I, II, III 三部分,则该三部分的面积比为 ()
A. $1 : 2 : 3$ B. $2 : 2 : 4$ C. $1 : 2 : 4$ D. $2 : 3 : 5$

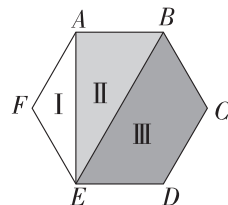


图 6

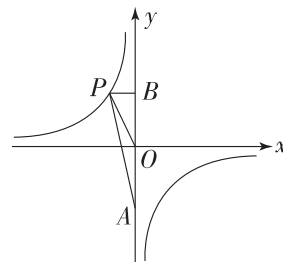


图 7

- 如图 7,在平面直角坐标系中,点 A 的坐标为 $(0, -3)$,点 $P(m, n)$ ($m < 0$) 在反比例函数 y

$= -\frac{6}{x}$ 上,且 $PB \perp y$ 轴,垂足为 B . 若 $\triangle ABP$ 的面积为 S ,则下列判断正确的是 ()

- A. 当 $m = -1$ 时, $S = 12$
- B. S 与 m 成一次函数关系
- C. 随着点 P 位置的变换, $\triangle POB$ 与 $\triangle ABP$ 的面积也随之变化
- D. S 与 m 成反比例关系

14. 如图 8,4 幅图中的 $\angle C = 45^\circ$, $AC > AB$,则下列叙述错误的是 ()

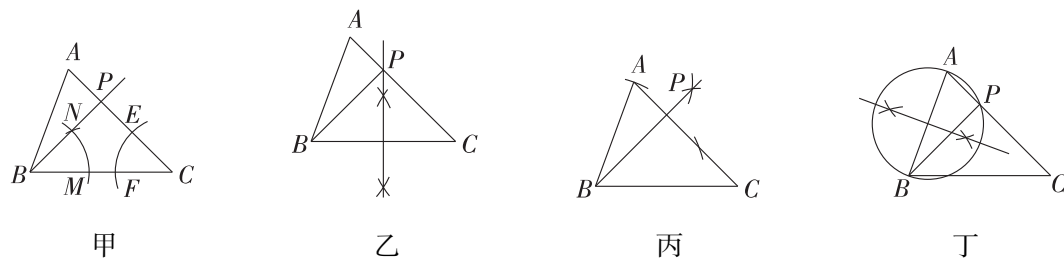


图 8

- A. 图丙中的基本作图是过直线外一点作已知直线的垂线
- B. 在图甲、图乙、图丙中, $\angle PBC = 45^\circ$
- C. 图甲中所作的三段弧的半径是相同的
- D. 图丁中 $\angle APB = 90^\circ$

15. 如图 9,抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(1,0)$ 和点 $B(3,0)$,与 y 轴交于点 C ,则下列结论:① $abc > 0$;②当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而增大;③方程 $ax^2 + bx + c = 1$ 有两个不相等的实数根;④ $4a + 2b \leq am^2 + bm$.

其中正确的个数为

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

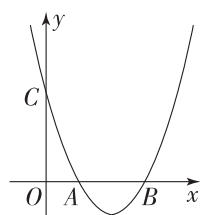


图 9

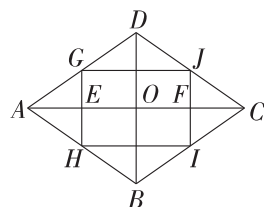


图 10

16. 如图 10,在菱形 $ABCD$ 中, AC, BD ($AC > BD$) 相交于点 O , E, F 分别为 OA 和 OC 上的点 (不与点 A, O, C 重合). 其中 $AE = OF$. 过点 E 作 $GH \perp AC$, 分别交 AD, AB 于点 G, H ; 过点 F 作 $IJ \perp AC$ 分别交 CD, CB 于点 J, I ; 连接 GJ, HI , 甲、乙、丙三个同学给出了三个结论:

- 甲:随着 AE 长度的变化, $GH + IJ = BD$ 始终成立.
- 乙:随着 AE 长度的变化, 四边形 $GHIJ$ 可能为正方形.
- 丙:随着 AE 长度的变化, 四边形 $GHIJ$ 的面积始终不变, 都是菱形 $ABCD$ 面积的一半.

下列选项正确的是

- A. 甲、乙、丙都对
- B. 甲、乙对, 丙不对
- C. 甲、丙对, 乙不对
- D. 甲不对, 乙、丙对

二、填空题(本大题共 3 个小题,每小题 3 分,共 9 分. 其中 18 小题第一空 2 分,第二空 1 分; 19 小题每空 1 分)

17. 若 $a\sqrt{2} - \sqrt{b} = \sqrt{2}$, 且 b 是 $2\pi + 2$ 的整数部分, 则 a 的值是_____.

18. 如图 11,等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, E 是 AC 边上的点, 先将 $\triangle ABE$ 沿着 BE 翻折, 翻折

后 $\triangle A'BE$ 的 $A'B$ 边交 EC 于点 D , $\angle A' = 35^\circ$.

(1) 则 $\angle C =$ _____;

(2) 若 $\angle DBC = 52.5^\circ$, 则 AE 与 $A'E$ 是否垂直? _____.(选填“是”或“否”)

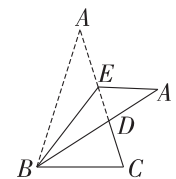


图 11

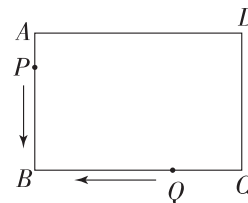


图 12

19. 如图 12,矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$ cm, $BC = 12$ cm, 动点 P 从点 A 出发沿 $A - B - C - D - A$ 运动, 速度是 2 cm/s; 点 Q 从点 C 出发沿 $C - B - A - D - C$ 运动, 速度是 4 cm/s, 点 P, Q 同时出发, 设它们的运动时间为 t s.

(1) 当 $t = 1$ 时, 连接 PQ , $PQ =$ _____ cm;

(2) 当 P, Q 两点第一次相遇时, $t =$ _____; 第 n 次相遇时, $t =$ _____.

三、解答题(本大题共 7 个小题,共 69 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

20. (本小题满分 9 分) 已知多项式 $P = (x+2)^2 + x(1-x) - 9$. (x 为整数)

(1) 试说明: 多项式 P 能被 5 整除;

(2) 若 P 对应的数在数轴上表示如图 13 所示, 求满足条件的所有整数 x 的和.

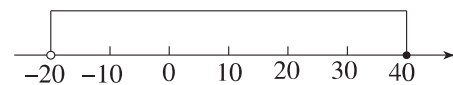


图 13

21. (本小题满分9分)黑板上写着一个题目： $2 \square \left(-\frac{1}{2}\right)$. 在“ $\square$ ”内填入“+”“-”“ $\times$ ”“ $\div$ ”四种运算符号.
- (1)求运算结果为负数的概率;
- (2)若老师随机抽取两个运算符号分别代入运算,求运算结果都为负数的概率.

22. (本小题满分9分)

发现 如果两个连续的正整数的和可以表示成某一个正整数的平方,那么以这三个正整数为边长的三角形是直角三角形.

验证 如, $12+13=25=5^2$,请说明以12,13和5为边长的三角形是直角三角形;

探究 设两个连续的正整数 m 和 $m+1$ 的和可以表示成正整数 n^2 ,请论证“发现”中的结论正确;

应用 寻找一组含正整数9,且满足“发现”中的结论的数字.

23. (本小题满分10分)如图14所示,已知直线 $l_1:y=2x$ 与直线 $l_2:y=-x+b$ 交于点 $A(m,n)$,点 A 到 y 轴的距离为2,且在第一象限. 直线 l_2 与 x 轴交于点 B ,与 y 轴交于点 C .
- (1)求直线 l_2 的解析式;
- (2)过 x 轴上点 $(4,0)$ 作平行于 y 轴的直线,分别与直线 l_1, l_2 交于点 M 、点 N .
- ①求线段 MN 的长度;
- ②将 $\triangle AOB$ 沿着直线 $y=kx(k \neq 0)$ 折叠,当点 A 落在直线 MN 上时,直接写出 k 的值.

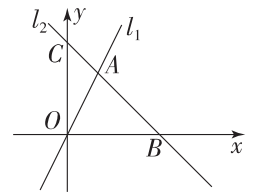


图 14

24. (本小题满分10分)如图15, $\odot O$ 的半径为3 cm, 直线 MN 与 $\odot O$ 交于 A, B 两点, 圆心 O 到直线 MN 的距离为2.2 cm. 点 P 从点 A 开始以 $5^\circ/\text{s}$ 的速度在圆周上按逆时针方向运动, 运动时间为 t .
- (1)求弦 AB 的长度;
- (2)当 $t=3.4$ s时,求点 P 到直线 MN 的距离;
- (3)若 $MO=8$ cm, 连接 MP , 当 MP 是 $\odot O$ 的切线时,求点 P 走过的弧长. (参考数据:

$$\cos 43^\circ = \sin 47^\circ \approx \frac{11}{15}, \sin 16^\circ = \cos 74^\circ \approx \frac{11}{40}, \sin 22^\circ = \cos 68^\circ \approx \frac{3}{8})$$

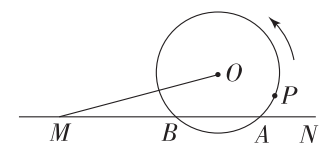


图 15

25. (本小题满分 10 分) 如图 16, 是某位同学设计的动画, 随着音乐节奏起伏变化, 屏幕上就会闪现不同的抛物线. 抛物线的统一形式为 $y = ax^2 + bx (x \geq 0, y \geq 0)$, 且顶点始终在直线 $y = kx$ 上.
- (1) 若 $k = 1$, 且抛物线顶点的纵坐标为 3, 求 a, b 的值;
 - (2) 试推断 k 与 b 的数量关系;
 - (3) 横、纵坐标都是整数的点称为整点, 若抛物线的顶点恰好是整点时, 抛物线就会改变颜色, 则当 $k = 6$ 时, 这组抛物线中有几条会改变颜色?

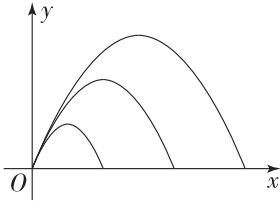


图 16

26. (本小题满分 12 分) 如图 17-1, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = CD = 2\sqrt{2}$. 将 $\triangle ACD$ 沿 AC 剪下来, 以 A 为旋转中心逆时针旋转 $\alpha (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$, 旋转过程中, AD, AC' 与 BC 所在的直线的交点分别为 E, F .
- (1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle CAD$;
 - (2) 当旋转角为 45° 时, 如图 17-2, 求重叠部分的面积;
 - (3) 在旋转过程中, 若 $CE = 1$, 如图 17-3, 求 CF 的长;
 - (4) 在旋转过程中, 若 $CE = x$, 请直接写出 BF 的长 (用含 x 的式子表示).

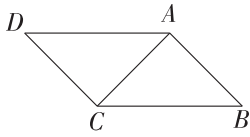


图 17-1

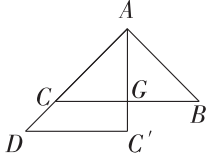


图 17-2

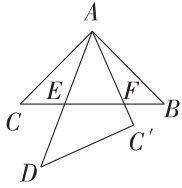


图 17-3

参考答案

2023 年承德市初中毕业生升学文化课模拟考试(一)

数学试卷参考答案及评分标准

1. B 2. D 3. C 4. C 5. C 6. A 7. D 8. D 9. A 10. D 11. B 12. A 13. B 14. C

15. B 16. C 17. 3 18. (1) 72.5° (2) 是 19. (1) 10 (2) $\frac{10}{3}$ $\frac{20n-10}{3}$

20. 解: (1) $P = (x+2)^2 + x(1-x) - 9 = x^2 + 4x + 4 + x - x^2 - 9 = 5x - 5 = 5(x-1)$.

$\because x$ 为整数, $\therefore x-1$ 为整数,

$\therefore 5(x-1)$ 能被 5 整除, 即多项式 P 能被 5 整除. 4 分

(2) 由题意可列 $-20 < 5(x-1) \leq 40$,

解得 $-3 < x \leq 9$,

$\therefore$ 整数 x 为 $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$,

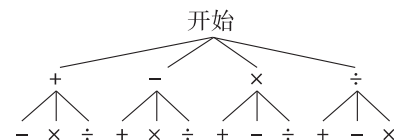
$\therefore -2 + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 42$ 9 分

21. 解: (1) $2 + \left(-\frac{1}{2}\right) = 1\frac{1}{2}$, $2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = 2\frac{1}{2}$, $2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$, $2 \div \left(-\frac{1}{2}\right) = -4$,

四种填法中, 其中填入“ $\times$ ”“ $\div$ ”的两种结果为负数,

故 $P(\text{结果为负数}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ 4 分

(2) 由题意画树状图如下:



由树状图知, 共有 12 种等可能的结果, 其中结果都是负数的有 2 种.

所以 $P(\text{结果都为负数}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 9 分

22. 解: 验证 $\because 5^2 + 12^2 = 169, 13^2 = 169, \therefore 5^2 + 12^2 = 13^2$,

$\therefore$ 以 5, 12, 13 为边长的三角形是直角三角形. 3 分

探究 $\because m + (m+1) = 2m+1 = n^2, (m+1)^2 - m^2 = 2m+1, \therefore (m+1)^2 - m^2 = n^2$,

$\therefore$ 以 $m, m+1, n$ 为边长的三角形是直角三角形. 6 分

应用 $\because 9^2 = 81 = 40 + 41$, 且 $9^2 + 40^2 = 41^2$,

$\therefore$ 含正整数 9, 且满足“发现”中的结论的一组数字为 9, 40, 41. 9 分

23. 解: (1) $\because$ 点 A 到 y 轴的距离为 2, 且在第一象限, $\therefore m = 2$.

将 $A(2, n)$ 代入 $l_1: y = 2x$ 得 $n = 2 \times 2 = 4, \therefore A(2, 4)$.

将 $A(2, 4)$ 代入 $l_2: y = -x + b$ 得 $4 = -2 + b, \therefore b = 6$.

$\therefore$ 直线 l_2 的解析式为 $y = -x + 6$ 3 分

(2) ①当 $x = 4$ 时, $y = 2x = 2 \times 4 = 8$.

$y = -x + 6 = -4 + 6 = 2$,

$\therefore MN = 8 - 2 = 6$ 6 分

② k 的值为 1 或 $\frac{1}{3}$ 10 分

解析: 如图, 将点 A 折叠后落在 F 处, 连接 AF , 交折痕所在直线于点 P , 连接 OF .

由折叠的性质可得 $OA = OF, AP = PF$, 设 F 的坐标为 $(4, m)$,

$\therefore A(2, 4), O(0, 0)$,

$\therefore OA = \sqrt{2^2 + 4^2}, OF = \sqrt{4^2 + m^2}$,

$\therefore 2^2 + 4^2 = 4^2 + m^2$, 解得 $m = \pm 2$.

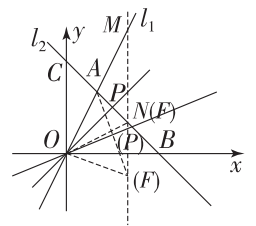
当 $m = 2$ 时, $F(4, 2)$, 根据中点坐标公式可得 $P(3, 3)$.

$\because P(3, 3)$ 在直线 $y = kx$ 上, $\therefore 3 = 3k, \therefore k = 1$.

当 $m = -2$ 时, $F(4, -2)$, 根据中点坐标公式可得 $P(3, 1)$.

$\because P(3, 1)$ 在直线 $y = kx$ 上, $\therefore 1 = 3k, \therefore k = \frac{1}{3}$.

综上, k 的值为 1 或 $\frac{1}{3}$.



24. 解: (1) 如图 1, 连接 OA , 过 O 作 $OC \perp AB$, 垂足为点 C ,

$\therefore$ 圆心 O 到直线 MN 的距离为 2.2 cm,

$\therefore OC = 2.2$ cm.

在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中,

根据勾股定理得 $AC = \sqrt{OA^2 - OC^2} = \sqrt{3^2 - 2.2^2} = \frac{2\sqrt{26}}{5}$ (cm),

由垂径定理可得 $AB = 2AC = \frac{4\sqrt{26}}{5}$ cm. 3 分

(2) 如图 2, 连接 OP , 当 $t = 3.4$ s 时, $\angle AOP = 5^\circ \times 3.4 = 17^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ACO$ 中, $\cos \angle AOC = \frac{OC}{OA} = \frac{2.2}{3} = \frac{11}{15}$,

$\therefore \angle AOC \approx 43^\circ$,

$\therefore \angle POC = \angle AOC + \angle AOP \approx 43^\circ + 17^\circ = 60^\circ$.

过点 P 作 $PD \perp OC$ 于点 D ,

在 $\text{Rt}\triangle POD$ 中, $OD \approx OP \cdot \cos 60^\circ = 3 \times \frac{1}{2} = 1.5$ (cm),

$\therefore$ 点 P 到直线 MN 的距离约为 $2.2 - 1.5 = 0.7$ (cm). 5 分

(3) 如图 3, ① MP 与 $\odot O$ 相切于直线 AB 上方时,

$\therefore$ 此时点 P 是切点, 连接 OP , 则 $OP \perp MP$.

在 $\text{Rt}\triangle OPM$ 中, $\cos \angle POM = \frac{OP}{OM} = \frac{3}{8}$,

$\therefore \angle POM \approx 68^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle COM$ 中, $\cos \angle COM = \frac{OC}{OM} = \frac{2.2}{8} = \frac{11}{40}$,

$\therefore \angle COM \approx 74^\circ$.

延长 CO 交 $\odot O$ 于点 E ,

$\therefore \angle POE = 180^\circ - \angle POM - \angle COM \approx 180^\circ - 68^\circ - 74^\circ = 38^\circ, \therefore \angle AOP = 180^\circ - \angle AOC + \angle POE \approx 180^\circ - 43^\circ + 38^\circ = 175^\circ$,

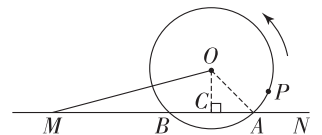


图 1

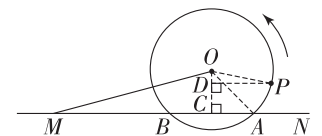


图 2

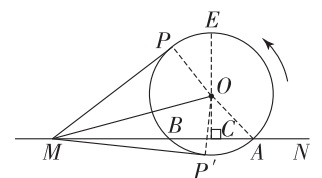


图 3

∴ 劣弧 AP 的长度约为 $\frac{175\pi \times 3}{180} = \frac{35\pi}{12}$ 8 分

② MP' 与 $\odot O$ 相切于直线 AB 下方时, 此时切点为 P' , 连接 OP' , 依题意得 $\angle P'OM = \angle POM \approx 68^\circ$, ∴ $\angle AOP + \angle P'OM + \angle POM \approx 175^\circ + 2 \times 68^\circ = 311^\circ$,

∴ 优弧 AP' 的长度约为 $\frac{311\pi \times 3}{180} = \frac{311\pi}{60}$.

综上, 点 P 走过的弧长约为 $\frac{35\pi}{12}$ 或 $\frac{311\pi}{60}$ 10 分

25. 解: (1) $k=1$ 时, 抛物线 $y=ax^2+bx$ 的顶点在直线 $y=x$ 上,

∴ 顶点的纵坐标为 3, ∴ $y=3$.

代入 $y=x$ 得 $x=3$,

∴ 抛物线 $y=ax^2+bx$ 的顶点坐标为 $(3,3)$,

即 $-\frac{b}{2a}=3, \frac{-b^2}{4a}=3$,

解得 $a=-\frac{1}{3}, b=2$ 4 分

(2) ∵ 抛物线 $y=ax^2+bx$ 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{-b^2}{4a})$ 始终在直线 $y=kx$ 上,

∴ $-\frac{b}{2a} \cdot k = \frac{-b^2}{4a}$, 解得 $b=2k$ 7 分

(3) 由(2)可知, $k=6$ 时, $b=12$,

此时抛物线解析式为 $y=ax^2+12x$, 顶点坐标为 $(-\frac{6}{a}, \frac{-36}{a})$.

∵ $x \geq 0, y \geq 0$ 且顶点为整点,

∴ a 可取 $-1, -2, -3, -6$,

即这组抛物线中有 4 条会改变颜色. 10 分

26. (1) 证明: ∵ $AB \parallel CD, \angle BAC = 90^\circ$, ∴ $\angle ACD = \angle BAC = 90^\circ$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CAD$ 中, $\begin{cases} AB=CA, \\ \angle CAB = \angle ACD, \\ AC=CD, \end{cases}$

∴ $\triangle ABC \cong \triangle CAD$ (SAS). 4 分

(2) 解: 如图 17-1, ∵ $\angle ACD = \angle BAC = 90^\circ, AB=AC=CD=2\sqrt{2}$, ∴ $\angle ADC = \angle ACB = 45^\circ$.

在 $\text{Rt} \triangle ACD$ 中, 根据勾股定理可得 $AD = \sqrt{2}AC = 4$,

∴ 旋转角为 45° 时, AC 与 AD 重合, 如图 17-2.

∵ $\angle ACB = \angle ADC' = 45^\circ$,

∴ $CB \parallel DC'$, ∴ $\triangle ACG \sim \triangle ADC'$, ∴ $\frac{S_{\triangle ACG}}{S_{\triangle ADC'}} = \left(\frac{AC}{AD}\right)^2 = \left(\frac{2\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}$.

∴ $S_{\triangle AC'D} = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2}) \times (2\sqrt{2}) = 4$,

∴ $S_{\triangle ACG} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$, 即重叠部分的面积为 2. 7 分

(3) 解: 如图 17-3, 易知 $\angle ACB = \angle EAF = 45^\circ$,

在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ, AB=AC=2\sqrt{2}$,

则 $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 4$, ∴ $BE = BC - CE = 3$.

∵ $\angle AEB = \angle C + \angle CAE = 45^\circ + \angle CAE, \angle CAF = \angle EAF + \angle CAE = 45^\circ + \angle CAE$,

∴ $\angle AEB = \angle CAF$.

∵ $\angle B = \angle C$,

∴ $\triangle ACF \sim \triangle EBA$, ∴ $\frac{CF}{BA} = \frac{AC}{EB}$, 即 $\frac{CF}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, 解得 $CF = \frac{8}{3}$ 10 分

(4) $\frac{8-4x}{4-x}$ 或 $\frac{4x+8}{4+x}$ 12 分

解析: 如图 17-3, 当点 E 在线段 BC 上时,

由(3)可知 $\triangle ACF \sim \triangle EBA$,

∴ $\frac{CF}{BA} = \frac{AC}{EB}$, 即 $\frac{CF}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{4-x}$, 解得 $CF = \frac{8}{4-x}$,

∴ $BF = BC - CF = 4 - \frac{8}{4-x} = \frac{8-4x}{4-x}$,

当点 E 在线段 BC 的延长线上时, 如右图所示:

易知 $\triangle ACF \sim \triangle EBA$,

∴ $\frac{CF}{BA} = \frac{AC}{EB}$, 即 $\frac{CF}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{4+x}$, 解得 $CF = \frac{8}{4+x}$,

∴ $BF = BC - CF = 4 - \frac{8}{4+x} = \frac{16+4x-8}{4+x} = \frac{4x+8}{4+x}$.

