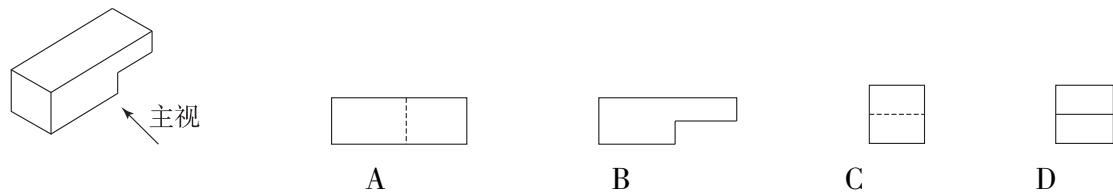


2023 年初中毕业生升学文化课第一次模拟考试

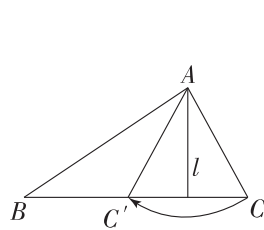
数学试卷

一、选择题(本大题共 16 个小题,1~10 小题每题 3 分,11~16 小题每题 2 分,共 42 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

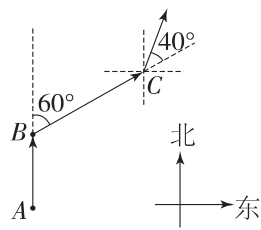
1. $-5 + 3$ 的值为 ()
A. 2 B. -2 C. 8 D. -8
2. 若 $m^2 \times m^{(\quad)} = m^9$, 则()内应填的数为 ()
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
3. 榫卯是我国古代建筑、家具的一种结构方式,它通过两个构件上凹凸部位相结合来将不同构件组合在一起,如图是其中一种榫,其主视图是 ()



4. 下列式子的计算结果和 $-4 \frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$ 相等的是 ()
A. $-4 \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$ B. $\left(-4 + \frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{7}$
C. $\left(-4 - \frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{7}$ D. $-4 \times \frac{5}{7} + \frac{2}{3}$
5. 如图,将 $\triangle ABC$ 折叠,使点 C 落在 BC 边上点 C' 处,展开后得到折痕 l ,则 l 是 $\triangle ABC$ 的 ()
A. 中位线 B. 角平分线
C. 高 D. 中线



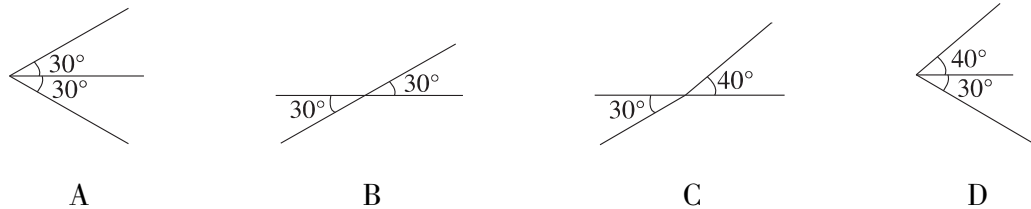
(5 题图)



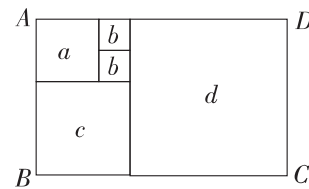
(8 题图)

6. 下面是嘉嘉同学的数学作业,请问嘉嘉做对题目的个数为 ()
① $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$; ② $\sqrt{1 \frac{4}{9}} = 1 \frac{2}{3}$; ③ $\pm\sqrt{4} = \pm 2$; ④ $\sqrt{(-3)^2} = \pm 3$.
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
7. 在一次视力检查中,某班有 8 名学生左眼视力分别为 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.6, 4.8, 4.8, 5.0, 这组数据的中位数和众数是 ()
A. 4.8, 4.6 B. 5, 4.6
C. 4.5, 4.8 D. 4.5, 5
8. 如图,快艇从点 A 处向正北方向航行到 B 处时,向右转 60° 航行到 C 处,再向左转 40° 继续

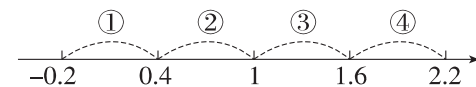
- 航行,此时的航行方向在点 C 的 ()
A. 北偏东 20° B. 北偏西 20°
C. 北偏东 40° D. 北偏西 40°
9. 能说明“相等的角是对顶角”是假命题的一个反例是 ()



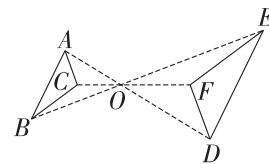
10. 把 $\frac{1}{5000000}$ 用科学记数法表示成 $a \times 10^n$ 的形式,则下列说法正确的是 ()
A. a, n 都是负数 B. a, n 都是正数
C. a 是负数, n 是正数 D. a 是正数, n 是负数
11. 如果一个矩形内部能用一些正方形铺满,且既不重叠又无缝隙,就称这个矩形为“优美矩形”,如图所示,“优美矩形” $ABCD$ 的周长为 52,则正方形 C 的边长为 ()
A. 3 B. 13 C. 6 D. 8



(11 题图)

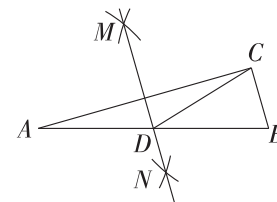


(12 题图)

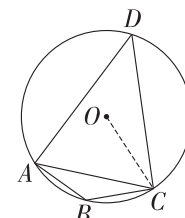


(13 题图)

12. 如图,若 x 为正整数,则表示 $\frac{(x+2)^2}{x^2+4x+4} - \frac{1}{x+1}$ 的值的点落在 ()
A. ①段 B. ②段
C. ③段 D. ④段
13. 如图, $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 位似,点 O 是它们的位似中心,且它们的边长之比为 $3:2$,则它们的面积比为 ()
A. $3:2$ B. $6:4$
C. $4:6$ D. $9:4$
14. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$,分别以点 A 和点 C 为圆心、大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径作弧,两弧交于 M, N 两点. 直线 MN 与 AB 交于点 D ,连接 CD ,若 $AB = 6$,则 CD 的长为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 6



(14 题图)



(15 题图)

15. 如图,四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $\angle ABC = 135^\circ$, $AC = 4$,则 $\odot O$ 的半径为 ()
A. 4 B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{2}$

16. 对于定理:菱形的两条对角线互相垂直,甲、乙两位同学的证明方法如下:

甲:证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore AB = AD, OB = OD$,

$\therefore \triangle ABD$ 是等腰三角形.

在等腰三角形 ABD 中, $\because OB = OD, \therefore AO \perp BD$,即 $AC \perp BD$.

乙:证明:通过测量知 $AB = 5, OA = 3, OB = 4, 5^2 = 4^2 + 3^2$,

$\therefore AB^2 = OA^2 + OB^2, \therefore \triangle AOB$ 是直角三角形, $\therefore AC \perp BD$.

下列说法正确的是

A. 甲的证法正确,乙的证法错误

B. 甲的证法错误,乙的证法正确

C. 甲、乙的证法都正确

D. 甲、乙的证法都错误

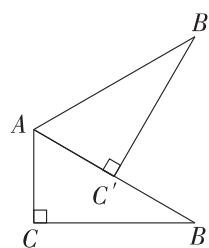
二、填空题(本大题共 3 个小题,17~19 小题每空 2 分,共 12 分)

17. 若 a, b 是方程 $x^2 - 2023x + 2 = 0$ 的两个实数根,则 $ab(a + b) =$ _____.

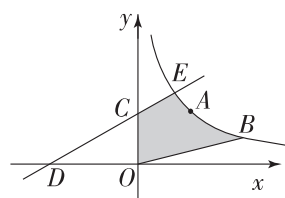
18. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, \angle ABC = 30^\circ, BC = \sqrt{3}$,将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 得到 $\triangle AB'C'$,并使点 C' 落在 AB 边上.

(1) 旋转角 α 的度数是_____;

(2) 线段 AB 所扫过部分的面积为_____. (结果保留 π)



(18 题图)



(19 题图)

19. 规定:在平面直角坐标系中,横坐标与纵坐标均为整数的点叫做整点.如图,点 $A(2, 2)$,

$B(m, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上.

(1) $k =$ _____, $m =$ _____;

(2) 已知 $b > 0$,过点 $C(0, b), D(-4b, 0)$ 作直线交双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 于 E 点,连接 OB ,

若阴影区域(不包括边界)内有 4 个整点,则 b 的取值范围是_____.

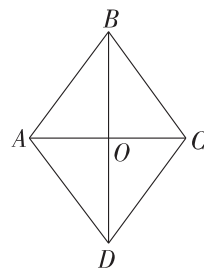
三、解答题(本大题共 7 个小题,共 66 分.解答应写出相应的文字说明、证明过程或演算步骤)

20. (本小题满分 8 分)已知“ $\bigcirc - 5 = \square + 3$ ”,其中 $\square$ 和 $\bigcirc$ 分别表示一个实数.

(1) 若 $\square$ 表示的数是 3,求 $\bigcirc$ 表示的数.

(2) 若 $\square$ 和 $\bigcirc$ 表示的数互为相反数,求 $\square$ 和 $\bigcirc$ 分别表示的数.

(3) 当 $\square$ 和 $\bigcirc$ 分别取不同的值时,在 $\square$ 与 $\bigcirc$ 的 $+, -, \times, \div$ 四种运算中,哪种运算的结果一定不会发生变化?请说明理由.



()

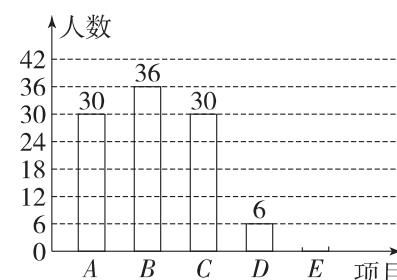
21. (本小题满分 8 分)发现:比任意一个偶数大 3 的数与此偶数的平方差能被 3 整除.

验证:(1) $9^2 - 6^2$ 的结果是 3 的几倍?

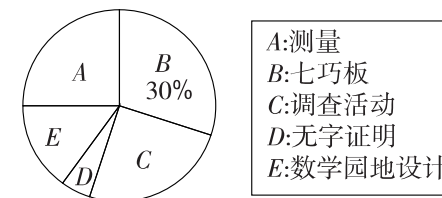
(2) 设偶数为 $2n$ (n 为整数),试说明比 $2n$ 大 3 的数与 $2n$ 的平方差能被 3 整除;

延伸:(3) 比任意一个整数大 3 的数与此整数的平方差被 6 除的余数是几呢?请说明理由.

22. (本小题满分 8 分)为落实“双减提质”,进一步深化“数学提升工程”,提升学生数学核心素养,某学校拟开展“双减”背景下的初中数学活动作业成果展示现场会.为了解学生最喜爱的项目,现随机抽取若干名学生进行调查,并将调查结果绘制成了如下两幅不完整的统计图.



图①



图②

根据以上信息,解答下列问题:

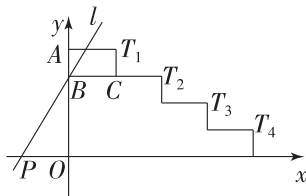
(1) 参与此次抽样调查的学生人数是_____人,补全统计图①(要求在条形图上方注明人数);图②中扇形 C 的圆心角度数为_____度.

(2) 若参加成果展示活动的学生共有 1200 人,估计其中最喜爱“测量”项目的学生人数是多少.

(3) 计划在 A, B, C, D, E 五项活动中随机选取两项作为直播项目,请用列表或画树状图的方法,求恰好选中 B, E 这两项活动的概率.

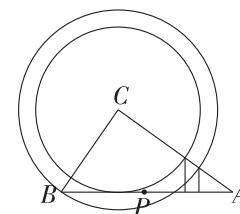
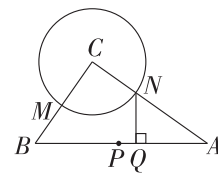
23. (本小题满分 10 分) 如图是 4 个台阶的示意图, 每个台阶的高和宽分别是 1 和 2, 每个台阶凸出的角的顶点记作 T_m (m 为 1 ~ 4 的整数). 已知点 $P(-2, 0)$, 直线 $l: y = kx + b$ 经过点 P .

- (1) 试推算出 k 和 b 的数量关系;
- (2) 若直线 l 过点 T_1 , 求直线 l 的解析式;
- (3) 若直线 l 使得 T_m (m 为 1 ~ 4 的整数) 这些点分布在它的两侧, 每侧各 2 个点, 求 k 的取值范围.



24. (本小题满分 10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 4$, 点 P 是 AB 的中点. 动点 M 沿 CB 边从点 C 开始, 向点 B 以每秒 1 个单位长度的速度运动, 当点 M 到达点 B 时停止运动. 以点 C 为圆心、 CM 的长为半径画圆, 与 AC 交于点 N , 过点 N 作 $NQ \perp AB$, 垂足为点 Q . 设运动的时间为 t 秒.

- (1) 当 $\odot C$ 与 AB 相切时, 求 t 的值;
- (2) 用含 t 的代数式表示 NQ 的长;
- (3) 当 $\odot C$ 与线段 PQ 有交点时, 直接写出线段 NQ 所扫过的面积.



备用图

25. (本小题满分10分)“科学防控疫情,文明实践随行,讲卫生,勤洗手,常通风,健康有.”
 现有一瓶洗手液如图1所示,已知洗手液瓶子的轴截面上部分有两段圆弧 CE 和 DF ,它们的圆心分别为点 D 和点 C ,下部分是矩形 $CGHD$,且 $CG = 6$ cm, $GH = 10$ cm,点 E 到台面 GH 的距离为 12 cm. 如图2所示,若以 GH 所在的直线为 x 轴, GH 的垂直平分线为 y 轴,建立平面直角坐标系,当手按住顶部 A 下压时,洗手液从喷口 B 流出,其路线呈抛物线形,此时喷口 B 距台面 GH 的距离为 18 cm,且到 OA 的距离为 3 cm,此时该抛物线的函数表达式为 $y = -\frac{1}{3}x^2 + bx + c$,且恰好经过点 E .

- (1) 请求出点 E 的坐标,并求出 b, c 的值;
- (2) 接洗手液时,当手心 R 距 DH 所在直线的水平距离为 3 cm 时,手心 R 距水平台面 GH 的高度为多少?
- (3) 如果该洗手液的路线与 GH 所在直线的交点为点 P ,请求出 $\angle BPH$ 的正切值.



图1

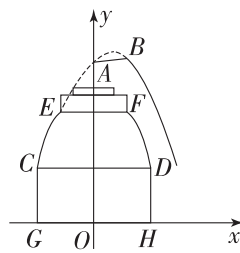


图2

26. (本小题满分12分)老师开展了以“图形变换”为主题的数学实践活动,其中有两张全等的等腰直角三角形纸片 ABC 和 DEF , $\angle ACB = \angle DFE = 90^\circ$, $AC = BC = DF = EF = 12$ cm.

- (1) 如图1,若点 F 在边 AB 的中点 M 处, $AB \parallel DE$,将 $\triangle DEF$ 沿射线 AB 方向平移 p cm,则当 $p =$ _____ cm 时,四边形 $CAFD$ 是菱形;
- (2) 如图2,第一组同学将图1中的 $\triangle DEF$ 以点 F 为旋转中心,按逆时针方向旋转一定角度, DF 交 BC 于点 G , EF 交 AC 于点 H ,发现 $CG = HA$,请证明这个结论;
- (3) 如图3,第二组同学将图1中的 $\triangle DEF$ 沿射线 AB 方向平移 $3\sqrt{2}$ cm,接着以点 F 为旋转中心,按顺时针方向旋转至 EF 经过点 C 时, DF 交 BC 于点 G ,请你求出此时两张等腰直角三角形纸片重叠部分 $\triangle CFG$ 的面积.

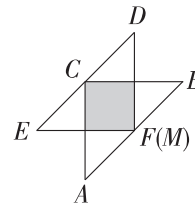


图1

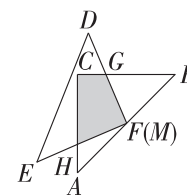


图2

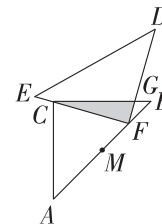


图3

数学试卷参考答案及评分标准

即余数为 3. 8 分

结合图象,直线 l 每侧各两个点时, k 的取值范围为 $\frac{1}{4} < k < \frac{1}{2}$ 10 分

24. (本小题满分10分)

解:(1)如图,设 $\odot C$ 与 AB 相切于点 D ,连接 CD ,

$\therefore CD \perp AB$ 1分

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 4$,

$\therefore BC^2 = AB^2 - AC^2$, $\therefore BC = 3$ 2分

$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \times AC = \frac{1}{2}AB \times CD$,

$\therefore CD = \frac{AC \times BC}{AB} = \frac{3 \times 4}{5} = 2.4$, 3分

$\therefore CM = CD = 2.4$,

$\therefore t = 2.4$ 4分

(2)由题意得 $CN = CM = t$,

$\therefore AN = AC - CN = 4 - t$ 5分

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$, 6分

在 $\text{Rt}\triangle AQN$ 中, $\sin A = \frac{NQ}{AN}$, $\therefore NQ = AN \times \sin A = \frac{12 - 3t}{5}$ 7分

(3)如图,当 $\odot C$ 恰好经过点 P 时,连接 CP ,

$\because \angle ACB = 90^\circ$, $AB = 5$,点 P 为 AB 的中点,

$\therefore CM_1 = CP = \frac{1}{2}AB = 2.5$,

$\therefore t = 2.5$,

$\therefore N_1Q_1 = \frac{12 - 3t}{5} = 0.9$, $AN_1 = AC - CN_1 = 1.5$.

$\because AQ_1^2 = AN_1^2 - N_1Q_1^2$, $\therefore AQ_1 = 1.2$ 8分

如图,当 $\odot C$ 恰好经过点 B 时, $CM_2 = CB = 3$,

$\therefore t = 3$,

$\therefore N_2Q_2 = \frac{12 - 3t}{5} = 0.6$, $AN_2 = AC - CN_2 = 1$.

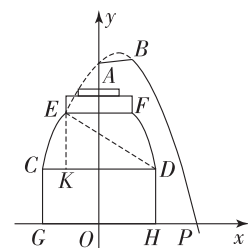
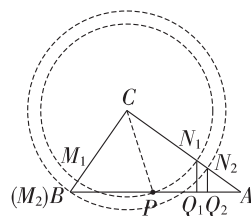
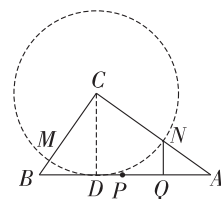
$\because AQ_2^2 = AN_2^2 - N_2Q_2^2$, $\therefore AQ_2 = 0.8$,

$\therefore Q_1Q_2 = AQ_1 - AQ_2 = 0.4$ 9分

$\because \odot C$ 与线段 PQ 有交点,

$\therefore$ 线段 NQ 扫过的面积为梯形 $N_1Q_1Q_2N_2$ 的面积,

$\therefore$ 线段 NQ 扫过的面积 $= \frac{0.9 + 0.6}{2} \times 0.4 = 0.3$ 10分



25. (本小题满分10分)

解:(1)如图,由题可得 $C(-5,6)$,过点 E 作 $EK \perp CD$ 于点 K ,连接 DE ,

$\therefore DE = CD = GH = 10$ cm, $EK = 12 - 6 = 6$ (cm),

$\therefore DK^2 = DE^2 - EK^2 = 10^2 - 6^2 = 64$, $\therefore DK = 8$ (cm), 1分

$\therefore |x_E| = 8 - \frac{10}{2} = 3$,

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(-3,12)$ 2分

将点 B 的坐标 $(3,18)$ 、点 E 的坐标 $(-3,12)$ 分别代入 $y = -\frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 得:

$$\begin{cases} 18 = -\frac{1}{3} \times 3^2 + 3b + c, \\ 12 = -\frac{1}{3} \times (-3)^2 - 3b + c, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} b = 1, \\ c = 18. \end{cases} \quad \dots\dots 4 \text{分}$$

(2) $\because$ 手心 R 距 DH 所在直线的水平距离为3 cm,

$\therefore$ 手心 R 距 y 轴的水平距离为 $3 + 5 = 8$ (cm). 5分

将 $x = 8$ 代入 $y = -\frac{1}{3}x^2 + x + 18$,得 $y = \frac{14}{3}$.

答:手心 R 距水平台面 GH 的高度为 $\frac{14}{3}$ cm. 6分

(3)当 $y = 0$ 时, $0 = -\frac{1}{3}x^2 + x + 18$,解得 $x_1 = 9$, $x_2 = -6$ (舍去), 8分

得 P 点坐标为 $(9,0)$ 9分

又 $\because$ 点 B 的坐标为 $(3,18)$,

$\therefore \tan \angle BPH = \frac{18}{9 - 3} = 3$,

$\therefore \angle BPH$ 的正切值为3. 10分

26. (本小题满分12分)

(1)解:当 $p = (12 - 6\sqrt{2})$ cm时,四边形 $CAFD$ 是菱形.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $AC = BC = DF = EF = 12$ cm, 3分

$\therefore AB = DE = 12\sqrt{2}$ cm.

$\because$ 点 M 是 AB 的中点,

$\therefore AM = \frac{1}{2}AB = 6\sqrt{2}$ cm.

$\because$ 四边形 $ACDF$ 是菱形(如图1),

$\therefore AF = DF = 12$ cm,

$\therefore p = AF - AM = 12 - 6\sqrt{2}$ (cm).

(2)证明:如图2,连接 CF , 4分

$\because AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$,点 F 是 AB 的中点,

$\therefore CF = AF$, 5分

$\angle GCF = \angle HAF = 45^\circ$, 6分

$\angle CFA = 90^\circ$,

又 $\angle EFD = 90^\circ$,

$\therefore \angle CFA - \angle CFE = \angle EFD - \angle CFE$,

即 $\angle HFA = \angle GFC$, 7分

$\therefore \triangle GCF \cong \triangle HAF$, 8分

$\therefore CG = HA$ 9分

(3)解:如图3,连接 CM ,过点 G 作 $GK \perp FB$ 于点 K ,

在 $\text{Rt}\triangle CMB$ 中, $CM = BM = AM = 6\sqrt{2}$ cm,

由平移可知, $MF = 3\sqrt{2}$ cm,

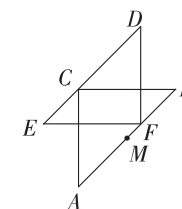


图1

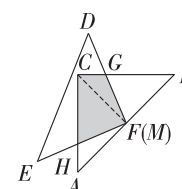


图2

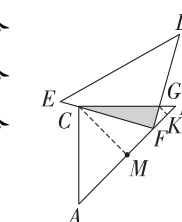


图3

$$\begin{aligned}
&\therefore FB = MB - MF = 3\sqrt{2} \text{ cm.} \\
&\because \angle GFK + \angle CFM = 90^\circ, \angle FCM + \angle CFM = 90^\circ, \\
&\therefore \angle FCM = \angle GFK. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分} \\
&\because \angle CMF = \angle FKG = 90^\circ, \\
&\therefore \triangle CMF \sim \triangle FKG, \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分} \\
&\therefore \frac{CM}{FK} = \frac{MF}{GK}, \therefore \frac{6\sqrt{2}}{FK} = \frac{3\sqrt{2}}{GK}, \\
&\therefore FK = 2GK. \\
&\text{在 Rt}\triangle GKB \text{ 中}, \because \angle B = 45^\circ, \\
&\therefore GK = BK \tan 45^\circ = BK, \\
&\therefore BK + FK = BK + 2GK = BK + 2BK = 3BK = FB = 3\sqrt{2} \text{ cm}, \\
&\therefore BK = GK = \sqrt{2} \text{ cm.} \\
&\because \text{在 Rt}\triangle CMF \text{ 中}, CF^2 = CM^2 + MF^2, \therefore CF = 3\sqrt{10} \text{ cm.} \\
&\because \triangle CMF \sim \triangle FKG, \therefore \frac{FG}{CF} = \frac{GK}{MF}, \therefore \frac{FG}{3\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}, \therefore FG = \sqrt{10} \text{ cm}, \\
&\therefore S_{\triangle CFG} = \frac{1}{2}CF \times FG = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{10} \times \sqrt{10} = 15 (\text{cm}^2). \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}
\end{aligned}$$