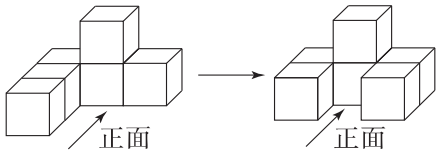


2023 年初中毕业生升学文化课模拟考试

数学试卷

- 注意事项:**1. 本试卷共 8 页,总分 120 分,考试时间 120 分钟.
2. 答题前,考生务必将姓名、准考证号填写在试卷和答题卡的相应位置.
3. 所有答案均在答题卡上作答,在本试卷或草稿纸上作答无效.答题前,请仔细阅读答题卡上的“注意事项”,按照“注意事项”的规定答题.
4. 答选择题时,用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑;答非选择题时,请在答题卡上对应题目的答题区域内答题.

一、选择题(本大题有 16 个小题,共 42 分.1~10 小题各 3 分,11~16 小题各 2 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 2 的绝对值是 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
C. -2 D. 2
- 如图 1,对图形的对称性表述正确的是 ()
A. 轴对称图形
B. 中心对称图形
C. 既是轴对称图形又是中心对称图形
D. 既不是轴对称图形又不是中心对称图形
- 下列运算正确的是 ()
A. $a^2 \cdot a^6 = a^8$ B. $(-2a)^3 = 6a^3$
C. $2(a+b) = 2a+b$ D. $2a+3b = 5ab$
- 图 2-1 是由 6 个相同的小正方体组成的几何体,移动其中一个小正方体,变成如图 2-2 所示的几何体,则移动前后 ()

图 2-1 图 2-2
A. 主视图改变,俯视图改变
B. 主视图不变,俯视图不变
C. 主视图不变,俯视图改变
D. 主视图改变,俯视图不变
- 下列适合抽样调查的是 ()
A. 了解某一药品的有效性
B. 了解本班学生的视力情况
C. 某单位组织职工到医院检查身体
D. 对组成人造卫星零部件的检查
- 兆帕是压强的单位,全称为兆帕斯卡,1 帕是指 1 牛顿的力均匀地压在 1 平方米的面积上所产生的压强,1 兆帕 = 1000000 帕,那么 300 兆帕换算成帕并用科学记数法表示为 ()
A. 30×10^7 帕 B. 3×10^8 帕
C. 0.3×10^8 帕 D. 3×10^9 帕

- 下列计算正确的是 ()
A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $\sqrt{9} = \pm 3$
C. $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3$ D. $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{15}$
- 在数轴上标注了四段范围,如图 3,则表示 $-\sqrt{10}$ 的点落在 ()

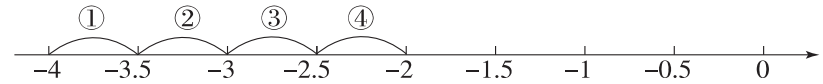


图 3

- 根据表中数据,要从中选择一名运动员参加比赛,应选择 ()
A. 段① B. 段②
C. 段③ D. 段④
- 甲、乙、丙、丁四名射击运动员进行射击测试,每人 20 次射击成绩的平均数 $\bar{x}$ (单位:环)及方差 s^2 如下表所示:

	甲	乙	丙	丁
$\bar{x}$	9	9	8	8
s^2	1.8	0.6	5	0.6

根据表中数据,要从中选择一名运动员参加比赛,应选择 ()

- 如图 4, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, $\angle BAC = 35^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的度数为 ()
A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁
- 如图 4, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, $\angle BAC = 35^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的度数为 ()
A. 60°
B. 65°
C. 70°
D. 75°

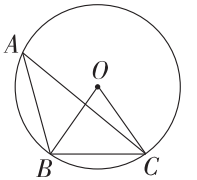
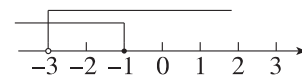
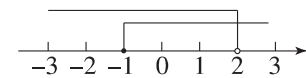


图 4

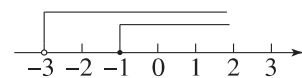
- 将不等式组 $\begin{cases} x-3(2x-1) \geq 8 \\ -2x+1 < 7 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上,正确的是 ()



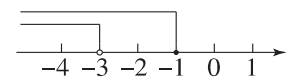
A



B



C



D

- 如图 5,在正方形 $ABCD$ 中, AC 和 BD 交于点 O ,过点 O 的直线 EF 交 AB 于点 E (E 不与 A, B 重合),交 CD 于点 F .以点 O 为圆心, OC 长为半径的圆交直线 EF 于点 M, N .若 $AB = 1$,则图中阴影部分的面积为 ()
A. $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{8}$ B. $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$
C. $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{8}$ D. $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}$

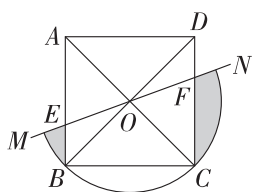


图 5

13. 密闭容器内有一定质量的气体,当容器的体积 V (单位: m^3) 变化时,气体的密度 ρ (单位: kg/m^3) 随之变化. 已知密度 ρ 与体积 V 是反比例函数关系,它的图象如图 6 所示. 则下列叙述正确的是 ()

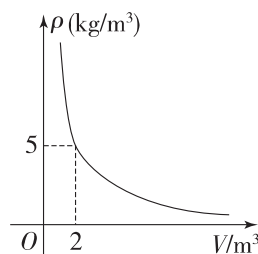


图 6

- A. 函数解析式为 $\rho = \frac{7}{V}$
 B. 容器内气体的质量是 $5V$
 C. 当 $\rho \leq 8 \text{ kg}/\text{m}^3$ 时, $V \geq 1.25 \text{ m}^3$
 D. 当 $\rho = 4 \text{ kg}/\text{m}^3$ 时, $V = 3 \text{ m}^3$
14. 《九章算术》中记载了一道数学问题,其译文为:有大小两种盛酒的桶,已知 6 个大桶加上 4 个小桶可以盛酒 48 斛(斛,音 hú,是古代一种容量单位),5 个大桶加上 3 个小桶可以盛酒 38 斛. 1 个大桶、1 个小桶分别可以盛酒多少斛? 设 1 个大桶可以盛酒 x 斛、1 个小桶可以盛酒 y 斛. 根据题意,可列方程组为 ()

- A. $\begin{cases} 6x + 4y = 48 \\ 5x + 3y = 38 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 6x + 4y = 38 \\ 5x + 3y = 48 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} 4x + 6y = 48 \\ 3x + 5y = 38 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 4x + 6y = 38 \\ 3x + 5y = 48 \end{cases}$

15. 如图 7,在正方形方格中, A, B, C, D, E, P 均在格点上,点 P 是下列一个三角形的外心,则这个三角形是 ()

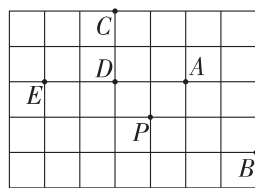


图 7

- A. $\triangle ACE$ B. $\triangle ABD$
 C. $\triangle ACD$ D. $\triangle BCE$

16. 如图 8,在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD = 2AB = 2$, $\angle ABC = 60^\circ$, E, F 是对角线 BD 上的动点,且 $BE = DF$, M, N 分别是边 AD 、边 BC 上的动点. 下列四种说法:

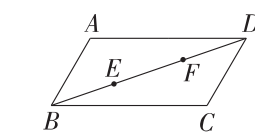


图 8

- ①存在无数个平行四边形 $MENF$;
 ②存在无数个矩形 $MENF$;
 ③存在无数个菱形 $MENF$;
 ④存在无数个正方形 $MENF$.

其中正确的个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题(本大题共 3 个小题,每小题 3 分,共 9 分. 其中 19 小题第一空 1 分,第二空 2 分)

17. 因式分解: $2a^2 + a = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 化简: $\frac{x^2}{x-2} + \frac{4}{2-x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. 如图 9,在矩形 $ABCD$ 中,对角线 AC, BD 交于点 O , $AB = OB = 3$,点 M 在线段 AC 上,且 $AM = 2$,点 P 为线段 OB 上的一个动点.

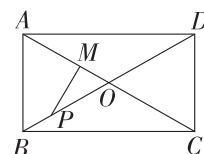


图 9

- (1) $\angle OBC = \underline{\hspace{2cm}}$;
 (2) $MP + \frac{1}{2}PB$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(本大题共 7 个小题,共 69 分)

20. (本小题满分 9 分)两个数 m, n ,若满足 $m + n = 1$,则称 m 和 n 互为美好数. 例如:0 和 1 互为美好数.

请你回答:

(1)4 的美好数是多少?

(2)若 $2x$ 的美好数是 -5 ,求 x 与 -5 的平均数.

21. (本小题满分 9 分)观察:

序号	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	...
数	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	...
个位上数字	1	2	4	8	6	m	n	...

思考:(1)上面表格中 m, n 的值分别是多少?

探究:(2)第⑩个数是什么? 它个位上的数字是多少?

延伸:(3) 2^{2023} 的个位上数字是多少?

拓展:(4)用含 k 的代数式表示个位上的数字是 6 的数的序号. (k 为正整数)

22. (本小题满分9分) 新学期,学校综合实践课上,老师带领大家在“做中学”,课程内容如下:

邀请甲、乙两名同学(看成点)分别在数轴 -7 和 5 的位置上,如图 10 所示,另外再选两名实力相同的同学进行诗歌竞猜,规则如下:

①若一人获胜,则甲向右移动 3 个单位长度,乙向左移动 1 个单位长度;

②若两人平局,则甲向右移动 1 个单位长度,乙向左移动 3 个单位长度;

(1)第一轮竞猜后,乙的位置停留在 2 处的概率是_____;

(2)第二轮竞猜后,分别取甲、乙停留的数作为点的横坐标和纵坐标. 请补全下面的树状图,并求出点(甲,乙)落在第二象限的概率.

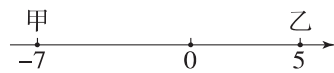
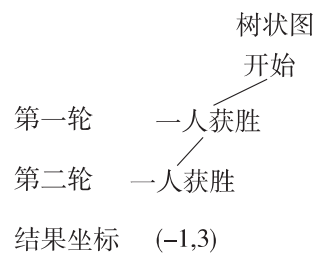


图 10

23. (本小题满分10分) 如图 11,一次函数 $l_1: y = kx + 2 - k (k \neq 0)$ 与反比例函数 $l_2: y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$, 点 $P(-1, -2)$ 在反比例函数图象上,点 P 与点 Q 关于原点对称.

(1)求反比例函数关系式;

(2)写出点 Q 的坐标:_____,试说明无论 k 取何值,一次函数图象必过点 Q ;

(3)当 $-4 \leq x \leq -2$ 时,若 l_1 与 l_2 有交点,则 k 的值可能是_____. (填序号)

① $k = -1$, ② $k = \frac{1}{3}$, ③ $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$, ④ $k = 1$, ⑤ $k = \sqrt{3}$.

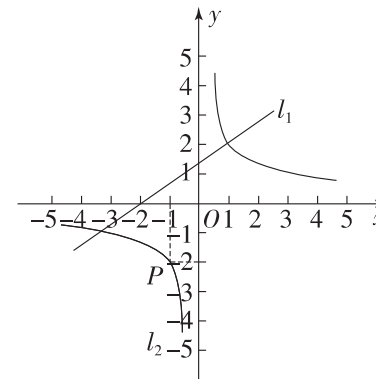


图 11

24. (本小题满分10分) 如图 12,有两个同心半圆 AC 和半圆 BD ,其中半圆 BD 固定不动,半圆 AC 绕圆心 O 沿逆时针方向转动一周,连接 AB, CD ,转动过程中,半圆 AC 与线段 BD 的交点记为点 H ,若 $AO = \frac{1}{2}BO = 4$.

(1)求证: $AB = CD$;

(2)在转动过程中,求当 $\triangle ABO$ 的面积取最大值时线段 CD 的长;

(3)当 AB 与半圆 AC 相切时,求 $\widehat{AH}$ 的长.

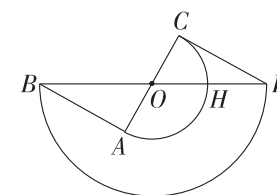


图 12

25. (本小题满分 10 分) 如图 13, 排球运动员站在点 O 处练习发球, 将球从 O 点正上方的 B 处发出, 球每次出手后的运动轨迹都是形状相同的抛物线, 且抛物线的最高点 C 到 y 轴总是保持 6 米的水平距离, 竖直高度总是比出手点 B 高出 1 米, 已知 $OB = m$ 米, 排球场的边点 A 距 O 点的水平距离 OA 为 18 米, 球网 EF 的高度为 2.4 米, 且 $OE = \frac{1}{2}OA$.

(1) C 点的坐标为 _____ (用含 m 的代数式表示).

(2) 当 $m = 2$ 时, 求抛物线的解析式.

(3) 当 $m = 2$ 时, 球能否越过球网? 球会不会出界? 请说明理由.

(4) 若运动员调整起跳高度, 使球在点 A 处落地, 此时形成的抛物线记为 L_1 , 球落地后立即向右弹起, 形成另一条与 L_1 形状相同的抛物线 L_2 , 且此时排球运行的最大高度为 1 米, 球场外有一个可以移动的纵切面为梯形的无盖排球回收框 $MNPQ$ ($MQ \parallel PN$), 其中 $MQ = 0.5$ 米, $MN = 2$ 米, $NP = \frac{8}{9}$ 米, 若排球经过向右反弹后沿 L_2 的轨迹落入回收框 $MNPQ$ 内 (下落过程中碰到 P, Q 点均视为落入框内), 设 M 点横坐标的最大值与最小值的差为 d , 请直接写出 d 的值.

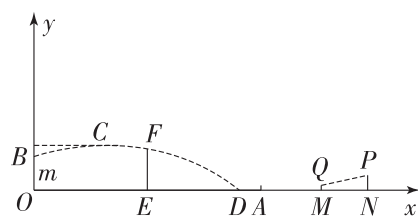


图 13

26. (本小题满分 12 分) 如图 14, 四边形 $ABCD$ 是边长为 8 的正方形, $\text{Rt} \triangle GEF$ 中, $\angle GEF = 90^\circ$ 且 $EF = 4\sqrt{3}$. 如图 14 所示放置, 点 E 与 A 重合, F 在 AB 边上, $\angle G = 60^\circ$, 将 $\triangle GEF$ 沿边 AD 方向平移, 平移距离为 x 个单位长度后, 绕点 E 逆时针旋转, 旋转过程中点 F 始终在四边形 $ABCD$ 内部 (含点 F 落在正方形 $ABCD$ 边上). 点 K 为 GF 的中点且点 K 到 BC 的距离为 d . ($\tan 35^\circ \approx \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 25^\circ \approx \frac{\sqrt{3}}{4}$, $\cos 65^\circ \approx \frac{\sqrt{3}}{4}$)

(1) 当 $x = 0$ 时, $\triangle GEF$ 旋转 _____ 度时, 点 G 到 BC 的距离最小, 最小值为 _____.

(2) 如图 15, 当 $8 - 4\sqrt{3} < x < 8$ 时, $\triangle GEF$ 经过旋转后, 点 F 落在 CD 边上, 请求出此时点 G 到 BC 边的距离 (用含 x 的代数式表示).

(3) 如图 16, 当 $x = 4$ 时, $\triangle GEF$ 经过旋转后, 使点 F 落到 CD 边上, 求平移和旋转的全过程中边 EF 扫过的面积, 并直接写出此过程中 d 的取值范围.

(4) 如图 17, 保持图 14 中 $\text{Rt} \triangle GEF$ 的形状不变, 改变它的大小, 使 $EF = 6$, 并将其沿 AB 边翻折后向下平移, 使点 F 与点 B 重合, 若将 $\triangle GEF$ 在正方形内部绕点 E 逆时针方向旋转 (顶点 G 可以落在正方形 $ABCD$ 的边上), 请直接写出 d 的最大值.

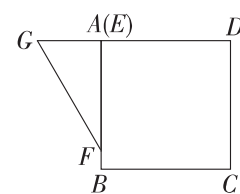


图 14

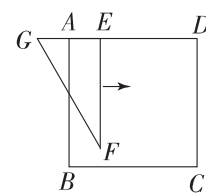


图 15

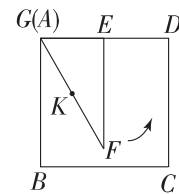


图 16

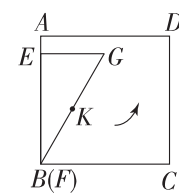


图 17

参考答案

2023 年初中毕业生升学文化课模拟考试

数学试卷参考答案及评分标准

一、选择题(1~10 题每题 3 分,11~16 题每题 2 分,共 42 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
D	B	A	C	A	B	D	B	B	C	A	B	C	A	D	C

二、填空题(每题 3 分,第 19 题第一空 1 分,第二空 2 分,共 9 分)

17. $a(2a+1)$ 18. $x+2$ 19. (1) 30° (2)2

三、解答题(本大题共 7 个小题,共 69 分)

20. 解:(1)设 4 的美好数为 a ,根据题意得 $4+a=1$,
解得 $a=-3$ 4 分

(2)根据题意得 $2x-5=1$,
解得 $x=3$, 3 分

所以 x 与 -5 的平均数为 $\frac{3-5}{2}=-1$ 2 分

21. 解:(1) $m=2, n=4$ 2 分

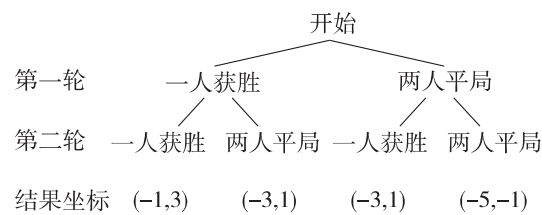
(2) $2^9, 2$ 2 分

(3)8. 2 分

(4) $4k+1$ 3 分

22. 解:(1) $\frac{1}{2}$ 3 分

(2)树状图如下:



所以 $P(\text{落在第二象限}) = \frac{3}{4}$ 6 分

23. 解:(1) $\because$ 点 $P(-1, -2)$ 在反比例函数 l_2 的图象上,

$\therefore$ 将 $P(-1, -2)$ 代入 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$,

解得 $m=2$,

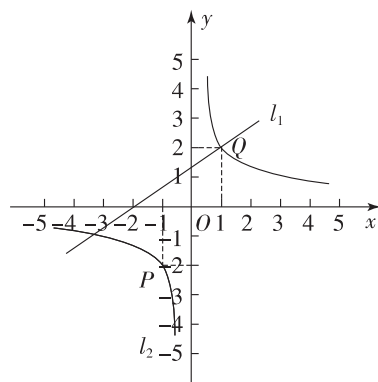
$\therefore$ 反比例函数关系式为 $y = \frac{2}{x}$ 4 分

(2)如图,点 Q 的坐标为 $(1, 2)$.

将 $x=1$ 代入到 $l_1: y=kx+2-k (k \neq 0)$ 中,

得 $y=k+2-k=2$,

$\therefore$ 点 $Q(1, 2)$ 一定在直线 $l_1: y=kx+2-k (k \neq 0)$ 上,



即一次函数图象必过点 Q 4 分

(3)③④ 2 分

24. (1)证明: $\because O$ 为同心半圆 AC 和半圆 BD 的圆心,

$\therefore AO=CO, BO=DO$.

$\therefore \angle AOB = \angle COD$,

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD (SAS)$.

$\therefore AB=CD$ 3 分

(2)解:如图 1,由题可得,当 $AO \perp BO$ 时, $\triangle ABO$ 的面积最大,

$\triangle ABO$ 面积的最大值为 $\frac{1}{2} \times BO \times AO = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$,

此时 $AB = \sqrt{BO^2 + AO^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}$.

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle CDO$,

$\therefore CD=AB=4\sqrt{5}$ 3 分

(3)解:情况 1:如图 2, $\because AB$ 与半圆 AC 相切,

$\therefore AO \perp AB$.

在 $Rt\triangle BAO$ 中, $\because AO = \frac{1}{2}BO$,

$\therefore \cos \angle AOB = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{2}$,

$\therefore \angle AOB = 60^\circ, \therefore \angle AOH = 120^\circ$.

$\therefore AO=4$,

$\therefore \widehat{AH} = \frac{120}{180} \times \pi \times 4 = \frac{8\pi}{3}$ 2 分

情况 2:如图 3,易得 $\angle AOH = 60^\circ$,

$\therefore \widehat{AH} = \frac{60}{180} \times \pi \times 4 = \frac{4\pi}{3}$ 2 分

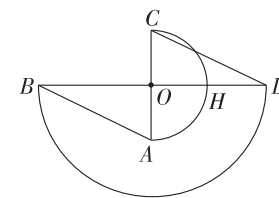


图 1

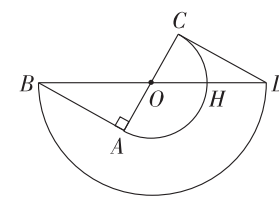


图 2

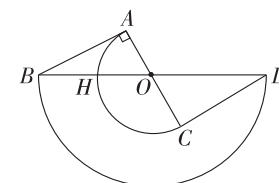


图 3

25. 解:(1) $(6, m+1)$ 2 分

(2)设抛物线解析式为 $y = a(x-6)^2 + m+1$, 抛物线过 $B(0, m)$,

当 $m=2$ 时,代入得 $2 = 36a + 3$,

则 $a = -\frac{1}{36}$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{36}(x-6)^2 + 3$ 2 分

(3)当 $x=9$ 时, $y = -\frac{1}{36} \times (9-6)^2 + 3 = 2.75 > 2.4$,

$\therefore$ 球能越过球网. 2 分

当 $y=0$ 时, $0 = -\frac{1}{36}(x-6)^2 + 3$,

$\therefore x_1 = 6 + 6\sqrt{3}, x_2 = 6 - 6\sqrt{3}$ (舍去).

$6 + 6\sqrt{3} < 18, \therefore$ 球不会出界. 2 分

(4) $3\sqrt{2}$ 2 分

26. (1)90 4 2 分

(2)解:如图 1,过点 G 作 $GH \perp AD$,交 DA 延长线于点 H ,

$$\therefore \angle GHE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GEH + \angle HGE = 90^\circ.$$

$$\because \angle GEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GEH + \angle FED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HGE = \angle FED.$$

在正方形 $ABCD$ 中, $\angle EDF = 90^\circ$,

$$\therefore \angle GHE = \angle EDF,$$

$$\therefore \triangle HEG \sim \triangle DFE.$$

又 $\angle EGF = 60^\circ$,

$$\therefore \frac{GH}{ED} = \frac{GE}{EF} = \frac{1}{\tan 60^\circ},$$

$$\therefore \frac{GH}{8-x} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \therefore GH = \frac{8\sqrt{3}-\sqrt{3}x}{3},$$

$$\therefore \text{点 } G \text{ 到 } BC \text{ 边的距离为 } \frac{24-8\sqrt{3}+\sqrt{3}x}{3}. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(3)解:如图 2,当 $x=4$ 时, $DE = AD - AE = 4$,

在 $\text{Rt} \triangle EDF_1$ 中, $EF_1 = 4\sqrt{3}$,

$$\therefore DF_1 = \sqrt{EF_1^2 - ED^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore \tan \angle EF_1D = \frac{ED}{DF_1} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$\therefore \angle EF_1D \approx 35^\circ$,即旋转角约为 35° ,

$$\therefore \text{旋转过程中边 } EF \text{ 扫过的面积约为 } \frac{35}{360}\pi(4\sqrt{3})^2 = \frac{14}{3}\pi,$$

平移过程中边 EF 扫过的面积为 $AE \cdot 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$,

$$\therefore \text{平移和旋转的全过程中边 } EF \text{ 扫过的面积约为 } 16\sqrt{3} + \frac{14}{3}\pi. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$4 \leq d \leq 8 - 2\sqrt{3}. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$(4) d_{\max} \approx \frac{9}{2}. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

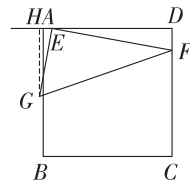


图 1

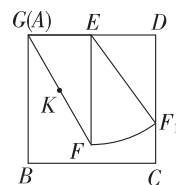


图 2